



This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

- + *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
- + *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
- + *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
- + *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at <http://books.google.com/>



SERENISSIMO
AC CELSISSIMO PRINCIPI
GASTONI
FRANCIÆ,
CHRISTIANISSIMI REGIS PATRVO,
DVCI AVRELIÆ, &c.
ISMAEL BVLLIALDVS S.P.D.



SERENISSIME AC CELSISSIME
PRINCEPS,

Orbis nostri Gallici miraculum, qui per longam & ab antiquissimis temporibus deductam generis tui Regij seriem, inter plurimos Principes exortus, cælum vnus adspicis; & originis Tuae sedes mente ac intellectu ad sublimia euectus repetis, ipse ego uestigia tua legens ad res

A ij

EPISTOLA

que commissuras tam egregiè agglutinatas præstiti, ut veritate firmiter subnixæ, nullis cavillationibus quassari aut everti possit. Me quoque à malignorum invidia tutum & securum putabo, si Celsitudo Tua Regia inter clientes suos admittere velit, ac tanto honore auctum tueri. Hoc ut facias, SERENISSIME PRINCEPS, Musæ te prensant, Vrania ambit, & deuotissimum ac addictissimum, Tuamque Celsitudinem Regiam summo cultu venerantem me Tibi adducunt. Vale.

Scribebam Lutetiæ Parisiorum die 18. Octobris 1656.





EXERCITATIO I.

CIRCA DEMONSTRATIONES per inscriptas & circumscriptas figuras.

AD LECTOREM.

ANNO 1654. liber à R. P. Andrea Tacquet Soc. Jesu editus ex Belgio Lutetiam allatus est. Elementa Geometriæ planæ ac solidæ illi titulus est, quem ubi enotui, hunc virum ingeniosissimum, in eandem ferè methodum ad demonstrationes quasdam per inscriptas & circumscriptas figuras faciliùs perficiendas, ac ante annos novem ego deueneram, incidisse comperi. Utriusque nostri ὁρμήματα, quandam equidem inter se similitudinem seruant; neutrum tamen ab altero originem duxisse, ut verum esse hîc assero; sic omnibus rectè iudicantibus manifestum fore spero. Mea, cùm hætenus apud me latuerint, solertissimo Tacqueto ignota fuisse, viamque ei non præmonstrasse, certissimum est. Sed & mihi lectus illius viri liber, nullam mutandi quicquam in meis occasionem præbuit. Benignum & æquum Lectorem hac de re monitum propterea volo; ne aut rem ab alio actam agere, aut aliena, interpolata solùm, pro nouis meisque venditare videar. Quod tanquam turpissimum, viròque ingenuo & cordato indignum facinus, admittere semper virani: & pauciora, dummodo mea sint, & publico profutura

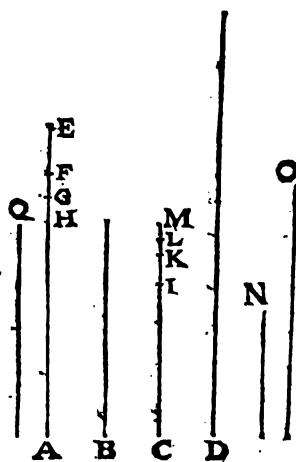
potius proferre, quàm ingentia volumina, alienarum opum fur-
tis congestis in molem adsurgentia famosam, scientiarum porro
limites haud prolatura, consarcinare studui.

PROPOSITIO I.



*S*I ad aliquam magnitudinem datam duæ magnitudines
comparentur, quarum una infinitarum partium ablatione
decreseat; altera infinitarum partium additione augeatur,
& ad æqualitatem magnitudinis data magis magisque
accedant, & in eodem progressionis termino ad eam per-
ueniant; ipsarumque altera quantumvis imminuta ad aliam magnitu-
dinem, semper maiorem, quàm æqualitatis, rationem teneat; altera
quantumvis aucta minorem, ad æqualitatis verò rationem magis ac ma-
gis accedant. Magnitudo ad quam comparantur duæ magnitudines, æ-
qualis erit illi, ad quam maior quantumvis imminuta maiorem, quàm
æqualitatis, rationem semper tenet; minor verò quantumvis aucta
minorem quàm æqualitatis rationem semper tenet.

DEMONSTRATIO.



MAGNITUDO data ad quam fit
comparatio, sit B. magnitudines
comparatæ A E, C I. & A E maior par-
tium infinitarum E F, F G, ablatione
decreseat. & minor C I infinitarum par-
tium I K, K L additione augeatur, &
ad æqualitatem datæ B magis ac magis
accedant, eamque in eodem progres-
sionis termino adsequantur, cum eam
adsequantur, non seruata etiam eadem
proportionem antecedentis E F ad F G,
aut I K ad K L. vel etiam eadem quæ
est E F ad I K. Imminuta autem A E in
in infinitum maiorem teneat rationem
ad

EXERCITATIO I.

ad Q quàm æqualitatis. aucta verò CI in infinitum minorem rationem teneat ad eandem Q quàm æqualitatis. Dico, quòd magnitudo B, ad quam cõparantur duæ magnitudines & ad cuius æqualitatẽ magis ac magis accedunt, æqualem esse magnitudini Q.

Æquales factæ sint inter se imminuta AE, & aucta CI, & sint tunc AH, CM, æquales fiat etiam factæ magnitudini B, si tunc non teneant ad Q rationem æqualitatis, vel maiores vel minores ipsa B magnitudine factæ tenebunt. Maiores factæ rationem æqualitatis primùm teneant si fieri potest. tunc maior AE quàm B rationem æqualitatis ad Q tenebit; quod est contra hypothesim. tunc enim posita est AE maiorem habere rationem ad Q quàm æqualitatis. maior quoque facta esset CI quàm B, & ad Q maiorem teneret rationem quàm æqualitatis, quod utrumque etiam est contra hypothesim. Non erunt ergo singulæ AE, CI maiores magnitudine B, quando rationem æqualitatis tenebunt ad magnitudinem Q.

Sed si fieri potest, teneant rationem æqualitatis ad Q, minores factæ quàm B. tunc CI minor quàm B, ad Q tenebit rationem æqualitatis, quod est contra hypothesim; nam minorem rationem tunc habere ad Q posita est CI. & AE minor facta esset quàm B, & ad Q minorem teneret rationem quàm æqualitatis. quod utrumque est etiam contra hypothesim. Non erunt ergo AE, CI minores magnitudine B. quando rationem æqualitatis tenebunt ad Q. Ergo magnitudines AE, CI ad magnitudinem Q rationem æqualitatis tenebunt, quando æquales erunt magnitudini B. ergo B ad Q rationem tenet æqualitatis. & ideo B, & Q æquales erunt. Quod erat demonstrandum.

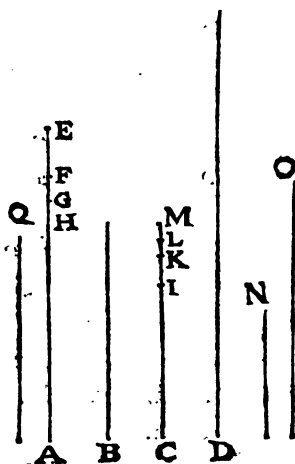
PROPOSITIO II.

SI dua sint ut in antecedenti magnitudines AE, CI ad aliam B comparata. & maior AE in infinitum imminuta maior sit quàm B. & minor CI in infinitum aucta minor sit quàm B. ipsa verò AE sic imminuta semper sit in ratione maiori ad D, quàm N ad O. simulque CI in infinitum aucta sit in ratione minori ad D, quàm N ad O. Dico magnitudinem B tenere rationem ad D eandem, ac tenet N ad O.

DEMONSTRATIO.

ÆQUALES factæ AE, CI inter se & datæ B sint AH, CM. si tunc non teneat vtraque ad D eandem rationem,
Exercit. B.

ac N ad O. vel maiores vel minores ipsa B factæ tenebunt. teneant si fieri potest, quando maiores erunt. tunc maior A H quàm B eandem rationem tenebit ad D, ac N ad O. quod est contra hypothesim, eo quòd maiorem tunc tenere A H posita sit. facta etiam maior C I quàm B, maiorem teneret ad D rationem, quàm N ad O. quæ minorem semper habere posita est. utrumque igitur est contra hypothesim. Maiores itaque quàm B, positæ A H, G M eandem ad D rationem non tenent singulæ, quam N ad O.



Sed si fieri potest minores factæ AC, C I quàm B eandem rationem teneant ad D, quam N ad O. tunc maior A H minor facta quàm B, eandem rationem tenebit ad D, quam N ad O, quod est contra hypothesim. nam & maiorem semper habere posita est; & minor facta quàm B minorem haberet rationem ad D, quàm N ad O. C I verò minor quàm B, eandem rationem teneret ad D, quam N ad O. quod est etiam contra hypothesim, nam minorem ad D rationem tenere tunc posita est. Minores itaque quàm B, factæ AE, C I, eandem rationem non habent ad D, quam N ad O. ergo AE imminuta & C I aucta eandem rationem ad D tenebunt, ac N ad O, quando æquales B fuerint factæ. quare B ad D, eandem rationem tenet, ac N ad O. Quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO III.

SI dua fuerint magnitudines ad aliam comparata, quarum una maior imminuatur subtractione partium excessus in ratione submultipla continua. altera minor augeatur additione partium defectus in eadem submultipla ratione continua, & ad ipsius aequalitatem magis ac magis in infinitum accedant. si possibile esset eas magnitudini, ad quam comparantur, additione ac subtractione æquales fieri; simul, id est in eodem progressionis termino continuæ additionis ac subtractionis æquales fierent.

DEMONSTRATIO.

SINT AE , CI comparatæ ad aliam B . quarum AE maior
 excedat magnitudinem B quantitate EH . imminuatur verò Videatur
fig. pag.
10.
 subtractione in infinitum partium excessus EH in ratione sub-
 multipla, ut subdupla, continua, nempe partium EF , FG . alte-
 ra verò CI minor quàm magnitudo B , quantitate IM augea-
 tur additione in infinitum partium defectus IM , in eadem ra-
 tione submultipla continua, nempe IK , KL . & ad æqualita-
 tem B propiùs ac propiùs in infinitum accedant. Dico, quòd
 illæ magnitudines subtractione & additione eiusmodi partium,
 simul, id est in eodem termino progressionis continuæ subtra-
 ctionis & additionis partium, æqualitatem magnitudinis par-
 tium adsequentur, quando illam adsecuturæ sunt.

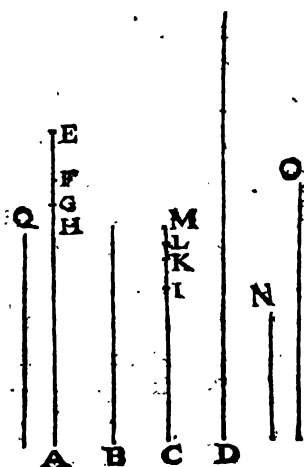
Cùm enim partes excessus EH in eadem ratione submulti-
 pla acceptæ sint, ac partes defectus IM . erit EF ad FG , ut IK .
 ad KL , & sic deinceps in infinitum, in eademque ratione erit
 residuum GH ad residuum LM . ac EG ad IL . & in residuo G .
 Hæc sunt progressionis termini, quot in residuo LM . in ea-
 dem ergo ratione distabunt puncta G , L , à punctis H M . In vno
 itaque & eodem progressionis termino, id est simul, æquabun-
 tur magnitudini B , imminuta AE & aucta CI , quando æqua-
 litatem adsecuturæ sunt. Quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO IV.

SI dua sint, ut in antecedenti, magnitudines AE , CI ad B com-
 parata, & sit AE maior, CI verò minor. & sit EH id quo AE
 excedit B . sit verò IM id quo CI deficit à B . & in ratione submulti-
 pla partium excessus EH imminuatur AE ; simul verò augeatur CI in
 eadem ratione submultipla partium defectus IM . & ad æqualitatem ma-
 gnitudinis B in infinitum accedant. posita magnitudo B , ad quam com-
 parantur, rationem habebit datam ad aliam magnitudinem D , ad quam
 etiam primò positarum magnitudinum altera, quantumvis imminuta
 maiorem rationem data ratione tenet; altera quantumvis aucta, mi-
 nox semper rationem tenet. est autem ratio data N ad O .

B. ij.

EXERCITATIO I. DEMONSTRATIO.



ÆQVALES factæ sint AE, CI inter se subtractione & additione, & factæ AH, CM, æquales etiam magnitudini B. si tunc non teneant singulæ ad D rationem eandem ac N ad O. vel maiores vel minores magnitudinis B factæ tenebunt. sed proposit. 2. huius ostensum est, neque maiores neque minores factas, esse ad D in ratione N ad O. quare etiam in eadem ratione fore ad D quando æquales erunt ipsi D. demonstrationis enim medium idem est; etsi in secunda proposit. subtractio ac additio partium excessus ac

defectus in eadem ratione submultipla positæ non sint. sed in illa, ut in hac, in eodem progressionis termino, & simul æquari B, positæ sunt AE, CI.

Sed directè etiam idem demonstrari potest. Cum ergo AE, CI ad æqualitatem magnitudinis B tendant, & AE quantumvis imminuta maior sit quàm B. CI verò quantumvis aucta minor sit quàm eadem B. simulque AE maiorem rationem semper teneat ad D, quàm N ad O. altera verò magnitudo CI simul minorem rationem semper teneat. facta sit CM maior quàm B; ipsa imminutæ AE æqualis in aliquo puncto fiet, tuncque ad D maiorem tenebit rationem quàm N ad O. cum AE per subtractionem imminuta & æqualis facta CI, quæ per additionem aucta est, maiorem rationem ad D semper teneat quàm N ad O maior existens quàm B.

Facta sit verò AE minor quàm B, ipsa auctæ CI æqualis in aliquo puncto fiet, tuncque minorem ad D tenebit rationem quàm N ad O. cum CI per additionem aucta, & æqualis facta AE, quæ per subtractionem imminuta est, minorem rationem teneat ad D, quàm N ad O, minor existens quàm B. conuertitur ergo in puncto æqualitatis cum B, ratio maioris inæqualitatis AE ad D, ad rationem minoris inæqualitatis; & vice versa ratio minoris inæqualitatis CI ad D conuertitur ad ra-

EXERCITATIO I.

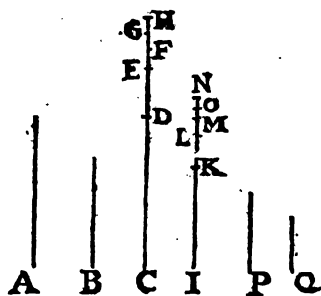
13

tionem maioris inæqualitatis in puncto æqualitatis cum B. ergo B ad D est in ratione N ad O. Quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO V.

SI fuerint duæ primò posite magnitudines, quæ rationem inter se teneant eandem, quam habet magnitudo data ad datam magnitudinem; ipsa verò infinitarum partium additione auctæ, eandemque interrim rationem seruantes, ad duarum aliarum secundo positarum magnitudinum æqualitatem magis magisque accedant, & ad eam simul, id est in eodem progressionis termino, perueniant, cum eam adsequantur. Secundo posite magnitudines, ad quarum æqualitatem magis ac magis in infinitum primò posite magnitudines accedant, rationem eandem inter se, ac magnitudo data ad datam tenebunt.

DEMONSTRATIO.



SINT primò posite duæ magnitudines A, B, quæ rationem inter se habeant, vt P ad Q. ipsæque simul auctæ in proportionem qualibet submultipla continua, additis partibus incrementorum totalium DH, KN, veluti in subdupla DE, EF, FG in DH; itémque KL, LM, MO, in KN; eandem inter se rationem seruent. & sint secundo posite magnitudines CH, IN. ad quarum æqualitatem simul perueniant A, B, quando eam adsequantur. Dico quodd secundo posite magnitudines CH, IN, ad quarum æqualitatem magis ac magis in infinitum auctæ accedunt primò posite A, B, rationem inter se tenent eandem, ac magnitudines P, Q. hoc est CH esse ad IN; vt P ad Q. Cum enim magnitudines A, B, seu illis æquales CD, IK, auctæ eandem inter se rationem seruent, & simul, id est in eodem termino progressionis additarum partium, perueniant ad æqualitatem CH, IN; erit, vt CD, ad CE; ita IK, ad IL; & CF ad IM; & CG, ad IO; & inuertendo, vt CG ad CD; ita IO ad IK, & diuidendo, vt CD, ad DG; ita IK, ad KO; quoniam

verò CD, IK simul peruenient ad æqualitatem magnitudinum CH, IN; id est in eodem progressionis additarum partium termino; eadem ubique erit proportio distantie ab æqualitatis terminis H, N, cum tot partes similes in vna distantia sint, ac in alia. quare erit GH, distantia CG ab æqualitate magnitudinis CH, ad DG; vt ON, distantia IO ab æqualitate IN, ad KN. ergo tota DH, ad totam KN in eadem erit ratione ac CD ad IK. quare & tota CH erit ad totam IN. vt CD ad IK. id est vt P ad Q. Quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO VI.

SI ab aliqua magnitudine auferantur partes in infinitum in ratione submultipla continua. quæ ablata in serie continua posite, ad alias etiam in simili serie magnitudines (quæ simul addite ad unius magnitudinis æqualitatem magis ac magis accedant) eandem semper rationem (prima scilicet ad primam, secunda ad secundam) seruent; simulque, & in eodem progressionis termino, prima magnitudo subtractione partium absumatur, & secunda additione partium compleatur. magnitudo, à qua fit subtractio, in eadem erit ratione ad magnitudinem, quæ additione partium infinitarum perficitur; ac partes à prima magnitudine ablata & in serie continua acceptæ, erunt ad totidem partes additas inter se, & in simili serie continua acceptas, quibus secunda magnitudo componitur.

DEMONSTRATIO.

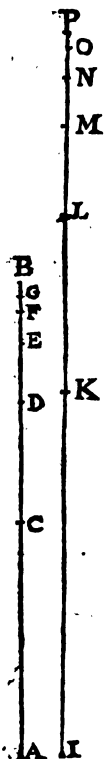
SI t data magnitudo AB, à qua partes in ratione submultipla, vt subdupla in infinitum auferantur AC, CD, DE, EF, FG, in serie continua posite; quæ rationem eandem teneant ad alias in serie quoque continua magnitudines, IK, KL, LM, MN, NO (quæ simul addite ad æqualitatem magnitudinis IP magis ac magis accedant) ita vt AC prima sit ad IK primam; vt CD secunda, ad KL secundam. simulque & in eodem progressionis termino magnitudo AB partium subtractione absumatur, ac secunda IP additione partium IK, KL compleatur. Dico, quòd magnitudo AB, à qua fit subtractio partium infinitarum, in eadem est ratione ad IP quæ additione partium eiusdem rationis componitur; ac partes AC, CD,

EXERCITATIO I.

17

DE ablata ab A & in serie continua accepta, ad partes totidem IK, KL, LM additas inter se, & in serie continua acceptas, quibus IP componitur.

Quoniam igitur in serie continua & ratione subdupla sunt AC, CD, DE, EF, FG, & in altera serie simili sunt in eadem ratione subdupla IK, KL, LM, MN, NO; ita ut sit, ut AC, ad IK; ita CD, ad KL, & sic deinceps; erunt omnes in AG, ad omnes in IO; ut AC, ad IK. quia verò simul & in eodem termino progressionis absumitur AB, ac perficitur IP. totidem accipientur in ratione subdupla partes continuata serie, ac in OP accipientur. & in eadem ratione erit residuum GB, ad residuum OP; ac AG ad IO. & permutando ac inuertendo AG erit ad GB; ut IO, ad OP. & componendo AB erit ad GB, ut IP ad OP. & permutando, AB erit ad IP, ut GB ad OP. sed ut GB ad OP, ita AG ad IO. ab æquali AB erit ad IP; ut AG, in qua magnitudine partes sunt quinque, ad IO in qua sunt quinque similes. Si ergo ab aliqua magnitudine, &c. Quod erat demonstrandum.

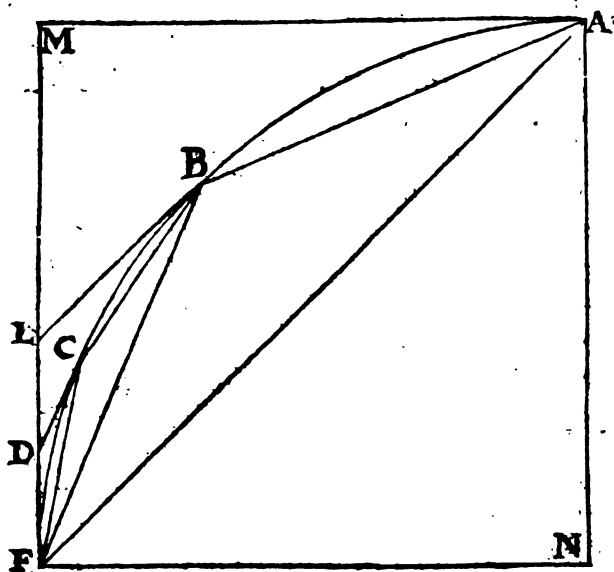


PROPOSITIO VII.

SI à tetragono initio facto polygoni inscribantur, & similia circumscribantur, atque sequens laterum numero duplum sit antecedentis; triangula sub lateribus inscripti polygoni, & angulis similis circumscripti, huiusque duorum laterum semissibus comprehensa, continent excessum, quo polygonum circumscriptum excedit circulum, & defectum, quo inscriptum deficit ab eodem circulo.

DEMONSTRATIO.

IN quadrante circuli, & polygoni cuiusque sectore vno propositionem demonstrabimus. Sit quadrans circuli NABF; latus tetragoni inscripti AF. latus octogoni BF; hecædecagoni latus CF, quæ polygoni duplo laterum numero aucta sunt.



Sint verò tetragoni circumscripti, semisses laterum AM , MF ; Octogoni circumscripti laterum semisses BL , LF ; Heccædeca-
goni circumscripti semisses laterum CD , DF ; & latera AM ,
 MF ; BL , LF ; CD , DF ; tangant circulum in punctis, in quibus
terminantur anguli inscriptorum. erit ergo BLF trianguli ba-
sis BF . & trianguli AMF basis AF ; continet autem triangulum
 AMF trilineum mixtum $AMFB$. excessum circumscripti tetra-
goni supra circulum; & $ABFK$ spatium, contentum arcu ABF &
ipfi subtensa AKF , defectum inscripti tetragoni à circulo. Itém-
que BLF triangulum sub latere octogoni inscripti, & angulo
circumscripti L ; eiúsque duorum laterum semissibus BL , LF
continet excessum polygoni octogoni circumscripti supra circu-
lum nempe trilineum $BLFC$. & defectum à circulo octogoni
inscripti, comprehensum nempe arcu BCF & subtensa BF . &
sic deinceps. Quod erat demonstrandum.

COROLLARIUM.

Semper itaque superabit circumscriptum polygonum circu-
lum, quamdiu simile inscriptum deficiet ab eo. & si ad æqualita-
tem circuli attingere possent, simul in eodémque progressionis
termino æquales fierent; id est in similibus circumscriptis & in-
scriptis figuris, & à tetragono laterum numero æqualibus. Sem-
per

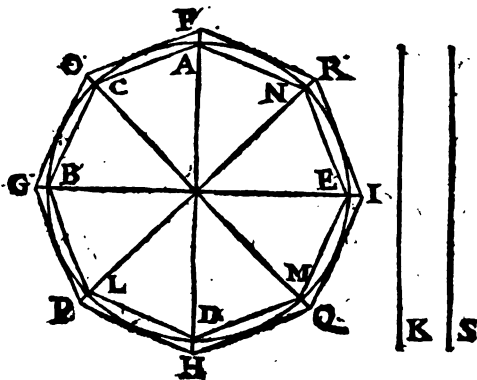
per etenim polygoni inscripti latus basis erit trianguli, quod angulum basi oppositum habebit similis circumscripti polygoni, & duo crura semisses laterum prædicti circumscripti; & continebit triangulum illud excessum ac defectum. & si in aliqua figura inscripta triangulum illud continens excessum & defectum non erit, tunc circumscripta cum inscripta & circulo conveniet & æquales inter se erunt; dum enim minuitur circumscripta figura polygonæ, terminum alium imminutionis non habet, quàm circuli magnitudinem; dùmque augetur inscripta, alium incrementi terminum non habet quàm eundem circulum, ad cuius æqualitatem accedunt.

PROPOSITIO VIII.

Quæ est trigesima prima libri I. Archimedis de Sphæra & Cylindro.

CVIVSLIBET sphaera superficies quadrupla est circuli maximi qui in ea accipi potest.

DEMONSTRATIO



ARCHIMEDES lib. IV de Sphæra & Cylindro proposit. 25. demonstravit figuræ solidæ sphaeræ inscriptæ superficiem, quæ conicis superficiebus constat, minorem esse quadruplo maximi sphaeræ illius circuli. propositione verò 29. eiusdem lib. ostendit figuræ solidæ, quæ sphaeræ circumscripta est,

superficiem maiorem esse quadruplo maximi circuli eorum quæ in sphaera describuntur. His positis, quod proponitur est demonstrandum.

Sit sphaera ABDE. Solidum ei inscriptum, quod conicis superficiebus constat, concipiatur ACBLDMEN genitum ex

C

reuolutione octogoni super diametro AD vt axe. concipiatur aliud simile solidum FOGPHQIR circumscriptum sphaeræ & genitum ex reuolutione octogoni super dimetiente FH. Sit præterea K magnitudo sphaeræ superficiei æqualis, ad quam comparantur superficies solidorum inscripti & circumscripti, quæ conicis superficiebus constant. Sit S alia magnitudo æqualis quadruplo circuli maximi eorum qui in sphaera data accipi possunt.

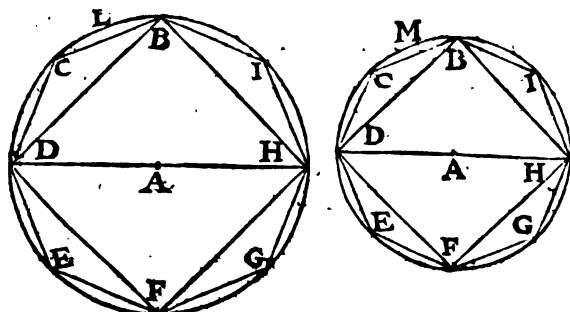
Sunt ergo duæ magnitudines nempe superficies circumscripti solidi & inscripti comparatæ ad K superficiem sphaeræ: quarum altera, nempe circumscripti FGNI maior est sphaeræ superficie: altera, nempe inscripti ABDE, minor est. circumscripti verò solidi superficies, duplicato serie continua laterum polygoni numero minuitur, & ad æqualitatem superficiei sphaeræ, hoc est magnitudinis K magis ac magis accedit. inscripti autem solidi superficies duplicato quoque laterum polygoni numero augetur, & ad æqualitatem superficiei sphaeræ, hoc est magnitudinis K etiam accedit, & si æquales fieri possent, simul æquarentur, vt ex prop. anteced. corollario patet. Imminuta verò quantumlibet superficies circumscripti solidi maiorem semper tenet rationem quàm æqualitatis ad S quadruplum circuli maximi eorum, qui in sphaera ABDE describi possunt. aucta verò quantumlibet superficies inscripti solidi minorem semper tenet rationem quàm æqualitatis ad eandem S quadruplum circuli maximi. Quare ex demonstratis propositione 1. huius superficies solidorum circumscripti & inscripti æquales factæ magnitudini K, id est superficiei sphaeræ, tenebunt ad S rationem æqualitatis. Quare K magnitudo æqualis est magnitudini S. est autem K æqualis sphaeræ superficiei, & S quadruplo maximi in ea circuli. Quare sphaeræ superficies æqualis est quadruplo circuli maximi eorum, qui in ea describi possunt. Quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO IX.

CIRCULI sunt inter se in diametrorum ratione duplicata; seu vt quadrata diametrorum.

EXERCITATIO I. DEMONSTRATIO.

19



SINT duo circuli
inæquales, quo-
rum maior sit cuius
centrum A; minor
cuius centrum K. in
utroque ducta sit
diameter DH. In-
scribantur etiā qua-
drata DFHB, & cir-

ca illa octogoni BCDEFGHI. Sunt ergo duæ magnitudines,
quadratum nempe DBFH circulo A. inscriptum, & aliud cir-
culo K. etiam inscriptum, quæ crescunt spatiis DCB octies, &
aliis sexdecim, polygono sequenti duplo laterum numero in-
scripto, & sic deinceps. & in circulo A. omnia spatia nempe
quadratum DH, & ipsi ordine superaddita alia, polygonorum
inscriptione, eandem inter se proportionem in serie continua
accepta servant; ac omnia spatia in circulo K, quadratum
nempe DH, & ipsi ordine superaddita alia, polygonorum in-
scriptione. est enim quadratum DH circuli A, ad quadratum
circuli K; ut octogonum circuli A, ad octogonum circuli K, &
sic deinceps. inscriptione verò polygonorum magis ac magis
ad circuli æqualitatem spatia omnia simul sumpta accedunt &
nusquam illam adsequuntur, residuæ sunt enim partes CLB,
CMB; at simul & in eodem progressionis termino adseque-
rentur, si æquales fieri possibile esset. Quare ex demonstratis in
propositione 5. huius erit residuum CLB ad residuum CMB; ut
omnes antecedentes magnitudines simul sumptæ in circulo A,
ad omnes similes antecedentes in circulo K simul sumptas, &
tota magnitudo ex residuo CLB & antecedentibus spatiis com-
posita in circulo A. (id est circulus A) ad totam magnitudi-
nem ex residuo CMB & antecedentibus similibus spatiis com-
positam in circulo K (id est ad circulum K) ut omnia antece-
dentia spatia circuli A, ad omnia antecedentia spatia circuli
K; atque etiam ut primum circuli A spatium nempe quadra-
tum DH, ad primum circuli K spatium nempe quadratum
DH. Quare circulus A est ad circulum K; ut quadratum

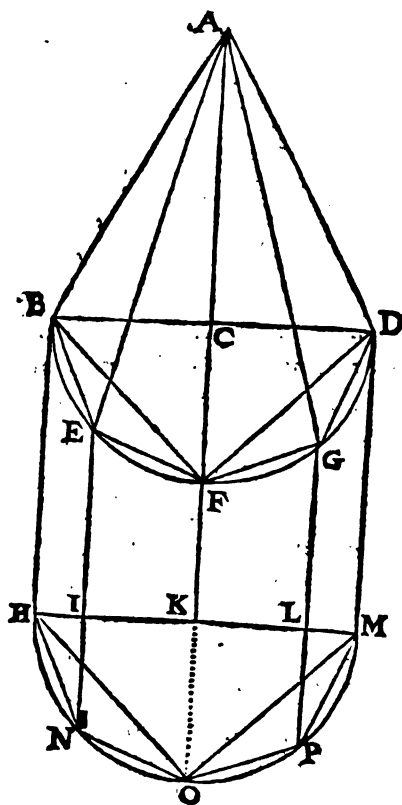
C ij

DH circuli A, ad quadratum DH circuli K. Quod erat demonstrandum. Centro minoris circuli ascribi debet K.

PROPOSITIO X.

OMNIS Cylindrus triplus est cono eandem basim atque altitudinem habentis.

DEMONSTRATIO.



SI τ Cylindri semissis BEFDH SNPM. cuius basis sit semicirculus HOP. superficies eidem opposita ac parallela semicirculus BFD. altitudo illius KC. Sit etiam cono semissis ABFD. cuius basis semicirculus BFD eadem vel æqualis basi Cylindri; altitudo autem CA æqualis KC altitudini Cylindri. Dico Cylindrum BFDHOM triplum esse cono ABFD.

Basi semissis Cylindri inscribantur polygonorum semisses, tetragoni HOM, octogoni HNO PM, & superfici ei oppositæ similibus polygonorum semisses inscribantur, tetragoni videlicet BFD octogoni BEFGD. & parallele sint BF, FD duabus HO, OM. & latera octogoni BE, EF, &c. lateribus æqualibus HN, NO, &c. rectis existentibus angulis HNI, BEI.

Si cylindri semissis, planis per opposita latera BF, HO. itémque FD, OM ductis secetur, prisma auferetur ab eo BFDMOH, cuius duæ superficies triangulares oppositæ BFD & HOM. parallele & æquales inter se, tres aliæ BHM D, BFO H, DFOM, parallelogrammæ erunt. ductis deinde planis per latera octogoni BE, EF, & HN, NO prisma

auferetur BHNOFE & ex alia parte aliud æquale DGFOP M. atque inscriptis sequentibus polygonis in ratione dupla laterum, prismata auferentur in infinitum; quæ cum sub eadem altitudine comprehendantur, erunt inter se ut bases.

Coni pariter basi, quæ æqualis est cylindricæ vel eadem, similes polygoni inscripti sint; & secetur conus planis per verticem A, & latera BF, DF ductis, ablatu erit pyramidis quadrilateræ semissis, nempe pyramis ABFD. quæ basim eandem atque æqualem altitudinem habet ac prisma BHOMDF; ductis deinde planis per verticem A & latera BE, EF, auferetur pyramis ABEF, eandem basim ac æqualem altitudinem habens, ac prisma BHNOFE: & ex altera parte pyramis AFGD, quæ eandem basim atque æqualem altitudinem ac prisma FOPMDG habet. atque inscriptis sequentibus polygonis in ratione dupla laterum, pyramides triangulis comprehensis sub lateribus ultimi inscripti polygoni & lateribus antecedentis insistentes in infinitum auferentur; quæ cum sub æquali altitudine sint, inter se erunt ut bases.

Sunt ergo duæ magnitudines, prisma nempe BHOMDF, & pyramis ABF cuius basis est triangularis; crescit autem prisma duobus additis prismatibus BEFONH, DGFOPM intra latera tetragoni & octogoni comprehensis. quatuor deinde prismatibus comprehensis inter latera octogoni & polygoni sexdecim angulorum, & sic deinceps in ratione dupla. suntque prismata sub eadem altitudine inter se ut bases; hoc est prisma BHOMDF est ad prisma BHNOFE, ut basis BFD ad basim BEF. & sic deinceps in infinitum.

Crescit etiam pyramis ABFD, additis duabus pyramidibus, quæ insunt triangulis BEF, DFG, tetragoni & octogoni lateribus comprehensis; & quatuor deinde pyramidibus, quæ insunt triangulis intra octogonum, & sexdecim angulorum polygonum comprehensis, & sic deinceps in ratione dupla. Suntque omnes sub eadem altitudine; inter se itaque erunt ut bases. hoc est pyramis ABFD est ad pyramidem ABEF, ut basis BFD ad basim BEF, & sic deinceps in infinitum. Crescunt itaque prismata in eadem proportionem ac pyramides: & in serie continua sibi inuicem respondent; simulque ad æqualitatem cylindri prismata, & ad coni æqualitatem pyramides

accedunt, simulque æquarentur, si tandem figuræ basi inscriptæ insisterent, quæ circulum, qui basis est, æquare posset. quamobrem ex demonstratis in propositione 5. huius ab æqualitate cylindri distabunt prismata collecta $BHOMDF$, $BHNOFE$, $DFOPGM$ in eadem proportionē, ac totidem omnes collectæ pyramides $ABFD$, $ABEF$, $ADGF$, ab æqualitate conī distabunt, eritque ut summa prismatum, ad differentiam ipsius à cylindro; ita summa pyramidum totidem ad differentiam ipsius à cono; & componendo, ut summa prismatum & differentia à cylindro (id est cylindrus) ad differentiam, ita summa pyramidum ac differentia à cono (id est conus ad differentiam, & conuertendo, ut cylindrus, ad summam omnium prismatum; ita conus ad summam omnium pyramidum. Sed omnia prismata tripla sunt omnium pyramidum. ergo & cylindrus triplus erit conī. Quod erat demonstrandum.

FINIS.



EXERCITATIO II.

CIRCA CONICARVM SECTIONVM

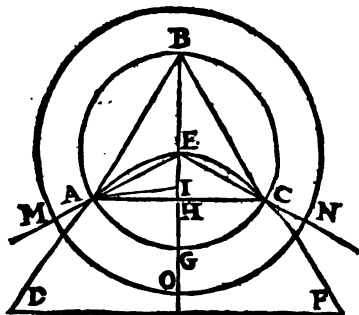
quasdam propositiones.

PROPOSITIO I.

THEOREMA.

SI circulo ABC , cuius centrum E , inscribatur triangulum æquilaterum ABC ; & ab angulo B ducatur in AC diameter perpendicularis BHG , per puncta AEC parabola si describatur, cuius vertex sit E , erit illius parameter seu latus rectum BH . umbilicus seu punctum ex comparatione 1. Et erit GI ad IE , ut 5. ad 3.

DEMONSTRATIO.



QUIA ABC triangulum æquilaterum est, & circulo inscriptum, erit GH æqualis HE . per structuram autem AEC puncta sunt in parabola, cuius vertex est E ; est itaque BG circuli diameter & axis parabolæ; quare AH ad BG perpendicularis ordinata est in circulo & in parabola. quia ergo est in circulo, erit ut BH ad

HA , ita HA ad HG . est itaque quadratum AH æquale rectangulo BHG ; & quia AH ordinata est in parabola, erit quadratum AH , æquale rectangulo sub HE & latere recto. est autem HE æqualis HG , ergo latus rectum erit æquale HB . Quod erat demonstrandum.

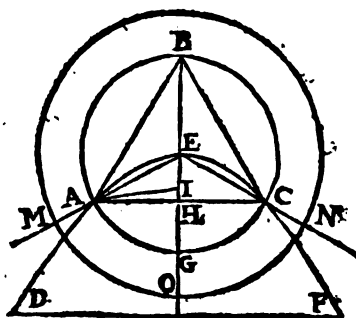
Sed umbilici I distantia à vertice æqualis est lateris recti quadranti, id est quadranti BH; est autem BH æqualis tribus quadrantibus totius BG. sit ergo BG. i. erit BH $\frac{1}{4}$. sed est EI quadrans BH, erit itaque totius BG $\frac{1}{2}$. quare cùm BG fuerit 16. erit GH 4. & EI 3. quare GI valebit 5. est itaque GI ad IE ut 5. ad 3.

PROPOSITIO II.

PROBLEMA.

DATIS axe parabole & vertice, latus rectum seu parametrum & umbilicum inuenire.

DEMONSTRATIO.



SIT data sectio parabola DE F, & eius axis EL, vertex E, propositum est reperire latus rectum EK. Centro E describatur circulus ut libuerit MON, & ex utraque parte axis EL, accipiantur arcus hexagoni MO, NO. & à centro E educantur semidiametri EM, EN, quæ producantur donec secent parabolam in pun-

ctis A, C. deinde distantia EA & centro E describatur circulus ABC, & iungantur A, C, erit ipsa AC latus trigoni æquilateri circulo inscripti. quare ex antecedenti theoremate erit BH latus rectum parabolæ DEF. cuius quadrans EI est distantia umbilici à vertice. Quod faciendum proponebatur.

PROPOSITIO III.

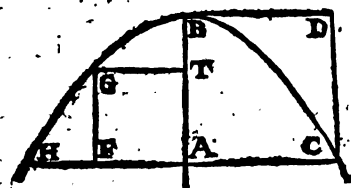
THEOREMA.

SI data recta linea AB media ac extrema ratione secetur in T & ad puncta AB, terminos data applicentur ipsi æquales & perpendiculares BD, AC; ad punctum vero T ducatur GT æqualis maiori segmente & ad AB perpendicularis; & ad lineam FC, qua componitur ex tota AB.

EXERCITATIO II.

*AB ipsiusque maiore segmento, applicetur rectangulum aequale rectan-
gulo BAT (quod sub tota AB ipsiusque maiori segmento TA comprehen-
ditur) quod faciat latitudinem HF. & posita HF in directum linea F
C faciet totam HC. Dico, quod quatuor puncta H, G, B, C, sunt in
parabola cuius latus rectum est BD aequale rectae AB.*

DEMONSTRATIO.



Cum itaque BA recta sit in T
puncto in media & extrema ra-
tione; atque ad AB & punctum T
ordinata est GT perpendicularis &
æqualis AT, erit ipsa GT ordina-
ta in parabola, quæ per puncta GB
transibit, cuius axis est BA, vertex

B, parameter verò DB. est enim vt AB, id est BD, ad TA, id est TG, ita TG ad TB.

Ad AB & punctum A applicata est AC ipsi AB æqualis & perpendicularis, erit ut AB, ad AC, ita AC ad BD. quare erunt puncta BC in parabola cuius axis AB, vertex B & latus rectum seu parameter BD.

Sed & punctum H in eadem parabola esse ostendemus. Cum enim factum sit rectangulum HFC æquale rectangulo TAC. erit HFC ad quadratum AC, vt TA ad AB. est autem vt TA ad AB, ita BT ad TA; & inuertendo, vt AB ad TA, ita TA, ad TB; vt autem AB ad TA, ita quadratum AC ad rectangulum TAC seu HFC. creta itaque cum fuerit à puncto F recta FG æqualis TA & ad HC perpendicularis puncta HG erunt in eadem parabola ac puncta B, C, cuius vertex B, axis AB & parameter BD. Sed est etiam vt TA ad TB, ita rectangulum TAC ad rectangulum TBD; id est HFC rectangul. ad quadratum GT. quare lineæ GT, FG in eodem puncto G eiusdem parabolæ concurrunt; suntque quatuor puncta H, G, B, C in eadem parabola. Quod erat demonstrandum.

Sequitur HA æqualem esse AC, & sectam esse in F in media
ac extrema ratione.

Exercit.

D

EXERCITATIO II

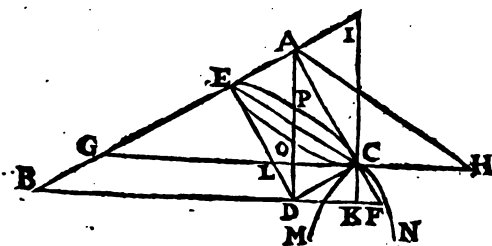
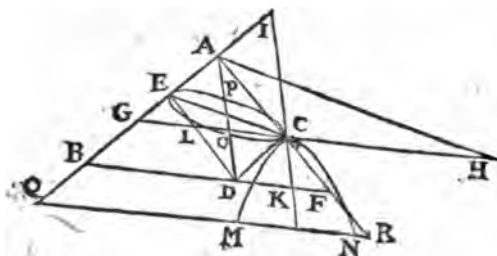
PROPOSITIO IV.

PROBLEMA.

ELLIPSIM & hyperbolam in cono secare, ita ut axes inter se & latera recta etiam aequalia sint inter se, seseque in verticibus sectiones contingant.

ANALYSIS.

SI T factum. inuentus ergo est conus BAF, in quo hyperbola MCN facta plano ICK, quod trianguli per axem BAF planum ad rectos angulos secat; hyperboles axis est IC. plano etiam EC ad planum trianguli per axem perpendiculari facta est sectio Ellipsis EPCO, cuius axis transuersus est EC, æqualis axi hyperboles IC. & vtriusque sectionis latera recta sunt æqualia, & sese in vertice C contingunt. rectæ IC æqualis &



parallela agatur AD, producta quantum opus fuerit, productis etiam trianguli BAF cruribus AB, AF. ducta recta iungantur puncta ED. & per D ducatur BF, quæ diameter erit circuli qui basis est coni, & æquidistans illi BF ducatur GG, quæ diameter erit circuli ad basim paralleli. quoniam AD æquidistat IC eique est æqualis, erit axis transuersus IG ad latus rectum, ut AD quadratum ad BDF rectangulum.

erit etiam EC axis ellipseos (qui æqualis est IC) ad latus rectum ut EC quadratum ad rectangulum æquale rectangulo BDF. posita est AD æqualis & æquidistans CI; quare DC erit æqualis AI, & æquidistabit BAI. sunt etiam æquales EC, AD inter parallelas & æquales EA, DC, ergo & ED, quæ terminos

ipsarum iungit, parallela erit AC. sunt autem æquales DC, AI, atque etiam DC, EA; quare AI, EA sunt æquales. sed sunt etiam æquales EC, CI, quare ab AC bisectus erit angulus ECI, atque etiam recta EI bisecta. & recti erunt EAC, CAI. quoniam verò ED, CD (quæ cum AD, BF conveniunt in puncto D) æquidistant lateribus AF, AB, erit GC æqualis BD, & LG æqualis DF, quare GCL rectangulum æquale est rectangulo BDF.

SYNTHESIS.

Componetur autem hoc modo. In cono ad verticem rectangulo BAF, ad quem problema determinatur, facto triangulo per axem BAF; secetur triangulum plano ICK ad illud perpendiculari, quod planum continuatum alteri laterum producto BI occurrat, faciâtque hyperbolam MCN, cuius axis transversus est IC: alio quoque plano perpendiculari idem triangulum BAF secetur, quod utrique laterum BA, AF non æquidistanter basi aut subcontrariè positum occurrat, faciâtque sectionem ellipsim EPCO, cuius axis transversus EC æqualis sit IC. Dico sectas esse ellipsim & hyperbolam, cuius axes & latera recta sunt æquales, & quæ sese in vertice contingunt.

Cùm enim recti sint anguli EAC, CAI, & æquales EA, AI, si ducatur AD æquidistans IC & ei æqualis, iungaturque DC, erit DC parallela AI: eruntque etiam æquales AD, EC, comprehensæ inter parallelas AE, DC æquales, quare & ED parallela erit AC. & æquales erunt GC, BD, itémque LG, DF. erit itaque in hyperbola axis IC ad latus rectum, ut quadratum AD ad rectangulum BDK. In ellipsi autem erit axis EC ad latus rectum, ut quadratum EC ad rectangulum GCL. utrobique autem æqualia sunt quadrata AD, EC, & rectangula BDF, GCL, quare & latera recta æqualia erunt. cùm autem EC, CK sint in eodem plano trianguli per axem. Latus rectum quod ad axes IC, EC applicabitur ad punctum C, perpendicularare erit ad planum prædicti trianguli, & etiam ad ipsos axes; atque adeo sectiones in vertice C. continget. quare & in eodem sese sectiones contingent. sectæ sunt ergo ellipsis & hyperbola, ut proponebatur.

Esse autem axem ellipsis EC ad latus rectum, ut quadratum EC ad rectangulum GCL sic ostendemus. à vertice coni A

D. ij.

ducatur AH , quæ basi trianguli per axem facti GC productæ occurrat in H . & æquidistat EC . erit igitur axis transversus E C ad latus rectum, ut quadratum AH ad rectangulum GHC . propter parallelas AH , EC , est ut AH ad HG , ita EC ad CG . & propter parallelas EL , AC , est ut AH ad HC , ita EC ad CL ; per compositionem itaque rationis ut quadratum AH ad rectangulum GHC , ita quadratum EC ad rectangulum GCL ; ergo hoc quadratum EC est ad rectangulum GCL , ut axis ellipsis EC ad latus rectum.

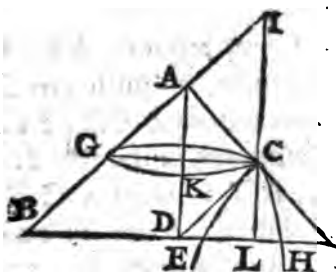
In synthesi autem huius problem. ut sectio subcontraria videretur, in cono scaleno ellipsis primùm, deinde hyperbola secabitur.

PROPOSITIO V.

PROBLEMA.

CONVM reperire in quo circulus & hyperbola secantur, & sese in verticibus contingant, quorumque axes transversæ ac latera recta equalia sint.

ANALYSIS.



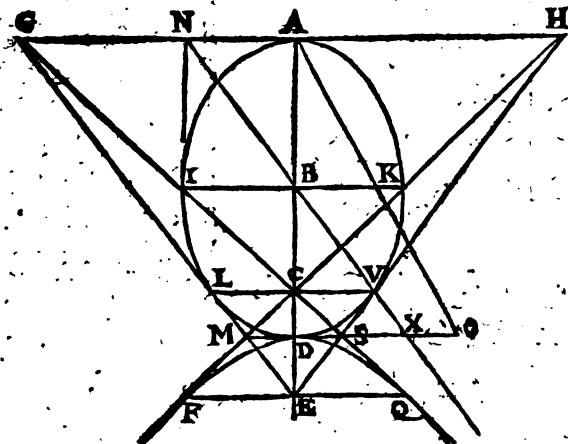
IN cono BAF , sectus est circulus GC , & hyperbola EOH quorum latera sunt equalia, axes transversæ nempe GC , EC , atque etiam latera recta equalia. erit ergo æquicrurum GCI triangulum. ducta sit AD æqualis & parallela IC . & iungatur DC , erit DC æqualis AI , & ipsi parallela, atque adeo erit etiam eidem DC æqualis & parallela GA ; sed AD est æqualis IC . erunt ergo æquales AD , GC . atque etiam inter se æquales erunt GC , BD , intra easdem parallelas comprehensæ. est in hyperbola axis IC ad latus rectum, ut quadratum AD ad rectangulum BDF ; quare erit in circulo, ut quadratum GC ad æquale rectangulum rectangulo BDF , nempe ad rectangulum GCG , cum in circulo latus rectum æquale sit axi. sed BD æqualis est GC , ergo BD , DF inter se æquales erunt, cum sit GG quadratum æquale rectangulo BDF . Conus ergo BAF erit rectus, & AD per centrum circuli BF , qui basis est conici, transibit, & æquales erunt AD , BD .

SYNTHESIS.

Componetur autem, secto cono basi æquidistanter & facto circulo GKE, & ducta per ipsius centrum AD æquali GC. à puncto autem C accepta CI occurrens in I producto lateri BA. quæ sit æqualis AD & ipsi parallela. & per IC ducto plano ICL, & facta hyperbola ECH. & factum erit problema.

PROPOSITIO VI.

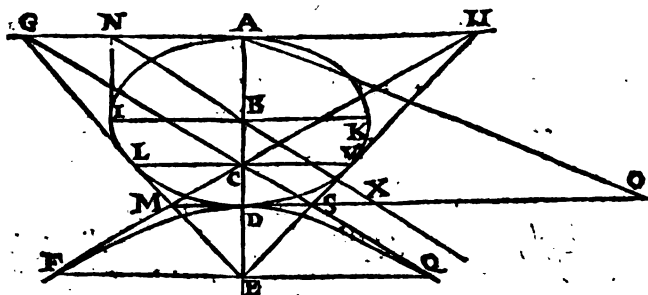
THEOREMA.



SI ad eundem axem, Sidemque latus rectum describantur in plano ellipsis & hyperbola, vel circulus & hyperbola, quæ sese in verticibus contingant. & in hyperbola ad axem ordinata ducatur, & ad ordinata terminum linea hyperbolam tangens; ab altero vero ordinata,

qui cum axe convenit, termino ad ellipsem vel circulum ducatur tangens, illæque amba tangentes producantur, donec recta, quæ per alterum verticem ellipsis vel circuli ducitur ordinatis æquidistans, occurrant; amba in uno puncto concurrunt, quod in ducta per alterum verticem ellipsis vel circuli linea recta positum est.

DEMONSTRATIO.

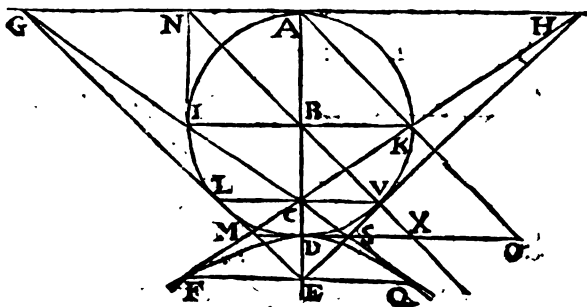


SINT axis A SD & latus rectum DO, ad quæ describantur ellipsis AL DK, & hyperbola FDQ quæ sese in verticibus D contingant; & in hyperbola ad axem AE ordinata ducatur FE, & ad huius ordinatæ terminum F in sectione ducatur

FE, & ad huius ordinatæ terminum F in sectione ducatur D iij

EXERCITATIO II.

tur hyperbolam tangens FC. ab altero verò termino E, qui cum axe conuenit; ad ellipsim ducatur tangens EV, illæque ambæ tangentes producantur ad GH, quæ per alterum verticem ducta est ordinatis æquidistans, eique occurrant. Dico ambas FC, EV tangentes concurrere in vno puncto H; quod in linea GH positum est.



Per vertices D ducatur MD ordinatis æquidistans, & in directum lateris recti DO posita: & ducatur ab V contactu rectæ EH & ellipsos recta VG. quia tangit

hyperbolam FH, & axem secat in C; erit vt AE ad ED, ita AC ad CD; sed vt AC ad CD, ita AH ad MD, ergo ab æquali vt AE ad ED, ita AH ad MD. pariter quia ellipsim tangit EH, erit vt AE, ad ED; ita AC, ad CD. ergo ordinata VG occurrit AD in C puncto intersectionis AD, FH. sed vt AE ad ED, ita AH ad DS. In vtraque igitur sectione eandem rationem habent inter se latera rectangulorum AH, MD, & AH, DS. quare sunt similia rectangula. sed & vtroque sunt æqualia quadranti figuræ sub lateribus AD, DO, quare & latera MD, DS æqualia erunt, & AH vtrique rectangulo communis erit. Quare FHEH in puncto H, quod in GH situm est, concurrunt. Quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO VII.

THEOREMA.

ISDÈM positis. Si ad punctum Q alterum terminum ordinata in hyperbola ducatur ad ipsam sectionem tangens QCG. Dico quod tangentes ESH, QSG sese interfecabunt in puncto quod est in latere rectæ DO.

EXERCITATIO II. DEMONSTRATIO.

CVM enim ad Q, alterum terminum rectæ FQ ordinatæ in hyperbola, ducta sit ad ipsam tangens QCG, sitque DS æqualis MD, faciet angulum QCE angulo FCE similem & æqualem. quare erit rectangulum AH, MD (hoc est AH, DS) in hyperbola, æquale rectangulo AH, DS in ellipsi. sed AH est communis utrique rectangulo, ergo & DS utrique communis erit. Quare ESH, QSG in puncto se interfecabunt quod in latere recto DO iacet. Quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO VIII.

THEOREMA.

ISD E M positis, si ad terminum axis coniugati IK ducatur NI tangens ellipsim vel circulum, quæ occurrat rectæ GH. & ab N puncto occursus per ellipsi vel circuli centrum ducatur NBX. Dico hanc NBX esse hyperboles asymptoton.

DEMONSTRATIO.

ERIT enim NI æqualis AB, & NA æqualis IB seu BK, quæ potest quadrantem figuræ lateribus AD, DO contentæ. transit autem NBX per centrum ellipsi vel circuli & MD O æquidistat GH, propterea erit triangulum DBX, triangulo NBA æquale & simile; ideo erit ut BA ad AN, ita BD ad DX. ergo DX est æqualis BK. & poterit BX quadrantem figuræ sub lateribus; propterea, quæ à centro B per terminum illius ducetur NBX, erit hyperboles asymptotos. Quod erat demonstrandum.

COROLLARIUM.

Hinc constat, quod in circulo contingente hyperbolam asymptotos parallela est diametro figuræ sub lateribus, id est BX, & AO æquidistant. cum enim DX, BK sint inter se æquales, atque etiam AD, DO inter se æquales, & BK sit semissis DO, erunt æquales BK, XO. eritque ut AD ad DO, ita BD ad DX; quare BX, AO æquidistant.

At in ellipsi contingente, si axis latere recto maior sit, ut in

prima figura; erit DX maior semisse DO , cum media proportionalis sit inter BD & semissem DO . non erit ergo ut AD ad DO , ita BD ad DX . maiorem quippe DX habet rationem ad DB , quam DO ad DA , cum DB sit semissis DA , at DX maior quam semissis DO . minorque est XO quam BT . ergo productæ AO , BX infra BO ad partes hyperbolæ convenient.

Si verò axis minor sit latere recto, tunc erit DX minor semisse DO . & propterea NA æqualis DX , minor erit BT . concurrent ergo AO , NX ad partes ellipseos supra rectam GH .

PROPOSITIO IX.

THEOREMA.

ISDEM positis. Si ab A termino axis transuersi AD , ad punctum S communis intersectionis tangentium EH , QG , vel DO , EH ducatur recta ASZ , quæ ordinatas ad axem in ellipsi & hyperbolæ vel circulo & hyperbola à puncto contactuum secet. Dico quod ordinatas CV , EQ in punctis RZ ipsa bifecat.

DEMONSTRATIO.

EST enim in ellipsi vel circulo, ut HM ad MS , ita HC ad CV ; & permutando ut HM ad HC , ita MS ad CV . sed est etiam ut HM ad HC , ita AD ad AC . quare ab æquali ut AD ad AC , ita MS ad CV . est autem ut AD ad AC , ita DS ad CR ; atqui est DS semissis totius MS , ergo & CR totius CV semissis erit. Quare bifecta est CV in R .

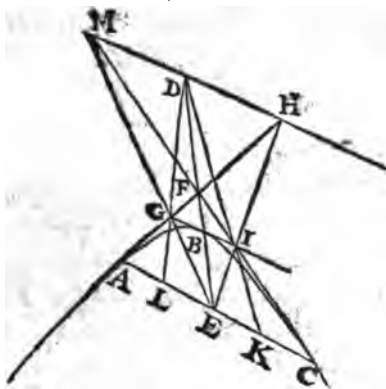
Eadem erit demonstratio in hyperbola. est enim ut HF ad H M . ita FE seu EQ ad MS . ut autem HF ad HM , ita AE ad AD . ergo ab æquali, ut AE ad AD , ita EQ ad MS . sed est etiam ut AE ad AD , ita EZ ad DS . & inuertendo ut AD ad AE , ita DS ad EZ . est verò DS semissis totius MS . ergo & EZ semissis erit totius EQ , bifecat ergo recta AZ ordinatas CV , EQ . Quod erat demonstrandum.

Idem demonstrari potest adsumptis triangulis GSH , CSV , ESQ similibus & ad verticem oppositis. Cum enim ob æquales FE , EQ , seu MD , DS . æquales sint GA , AH , bifecat AS rectam GH , quare & omnes in eodem triangulo GSH ipsi GH .

GH parallelas bifecabit nempe CV. in simili quoque ad verticem opposito ESQ producta ASZ bifecabit EQ parallelam GH, ut in tribus figuris cernere licet ducta linea recta ab A puncto ad punctum M, & producta ad FQ. *Omisit Sculptor in figuris prop. 6. lineas ab A per M, S ad F 2 ductas, sed videatur prop. 11. qua eadem est.*

PROPOSITIO X.

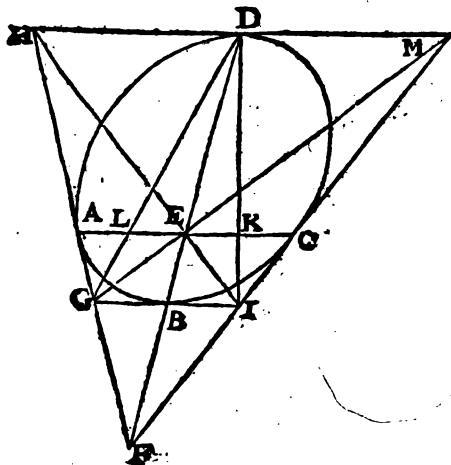
THEOREMA.



SI in hyperbola, ellipsi vel circuli circumferentia quavis ducatur diameter, & ad ipsam in sectione ordinata; per terminum vero diametri, qui in sectione, ducatur recta sectionem tangens; & per ordinata terminos tangentes deinde ducantur qua tangenti per diametri terminum ducta occurrant. Si à puncto diametri, ad quod ordinata in sectione ducta est, ducatur recta linea per binarum tangentium occur-

sum, producta tangenti, qua per alterum terminum ordinata ducta est, occurrerit in linea, qua ab altero diametri termino ordinata in sectione aquidistans ducta erit.

DEMONSTRATIO.

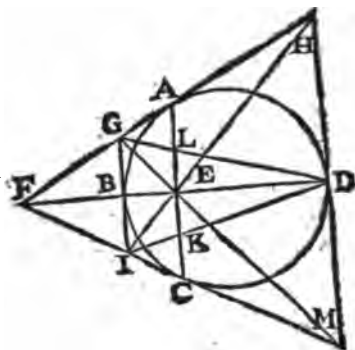


SIT in hyperbola ABC vel in ellipsi aut in circulo ducta diameter quavis DE intra sectionem, & ad ipsam in sectione ordinata recta AEC, quæ propterea bisecta erit in E: per B verò terminum diametri, qui in sectione, ducatur recta GBI, sectionem vel circulum contingens, quæ propterea æquidistabit ordinatæ AC. per terminos deinde ordinatæ,

E

Exercit.

nempe A & C, ducantur tangentes C I F, A G F, quæ tangenti G B I, quæ per B ducta est, occurrant in punctis G I. Dico, quod si ab E puncto diametri, ad quod in sectione ordinata ducta est, per I punctum, binarum tangentium G B I, F I C occursum, ducatur in hyperbola recta E I H, vel E G M; in ellipsi verò & circuli circumferentia ducta E I vel E G ad alteram partem producatu r E H vel E M, ipsa productæ tangenti, quæ per alterum ordinatæ terminum ducta est, occurret in linea H D M, quæ per D alterum diametri terminum æquidistans ordinatæ A C ducta erit. Id est E I H, quæ per I occursum tangentium G B I, C I F transit, occurret A H in linea M D H. & E G M occurret C I M in linea M D H.



Quoniam ad diametrum DBF ordinata est A E C, & per B terminum ducta est tangens G B I ordinatæ æquidistans, erunt inter se æquales G B, B I. & quia à punctis A, C ductæ sunt tangentes A G F, C I F. erit vt DE ad BE, ita D F ad F B. sed est etiam vt D F ad B F, ita D M ad B G in hyperbola. ab æquali erit vt DE ad BE, ita D H ad B G vel B I ipsi æqualem.

& inuertendo vt BE ad DE, ita B I vel B G ad D H. ducta est ab E per I recta E I H, ergo in triangulo D E H obparallelas B I, D H erit vt DE ad BE, ita H E ad E I. & inuertendo vt B E ad DE, ita E I ad H E. sed est vt E B ad E D, ita B I ad D H, erit ab æquali vt E I ad I B, ita E H ad H D. quare D H eadem est basis communis triangulorum D F H, D E H. ergo E I producta occurrit productæ A F in puncto H, quod est in linea M D H. Quod propositum erat.

In ellipsi verò & circuli circumferentia, est vt D F ad B F, ita D E ad E B, vt autem D F ad B F, ita D H ad G B, ergo ab æquali erit vt D E ad E B, ita D H ad G B. est autem D H æqualis D M. erit ergo vt D E ad E B, ita D M ad G B. æquidistant autem D M, G B. sunt ergo similia triangula. erit ergo vt D E ad E M, ita E B ad E G, & permutando vt D E ad E B, ita M E ad E G, suntque æquales ad verticem D E M, G E B, &

33

DB est vna linea. quare GEM vna linea erit, quæ occurret
tangenti FCM productæ in linea HDM. Quod erat demon-
strandum.

PROPOSITIO XI.

THEOREMA.

ISD^{EM} positis, si ab altero diametri termino recta ducantur ad occursum binarum tangentium, & ad ordinatam ad diametrum producantur, ipsam ordinatam ad diametrum bisecabunt.

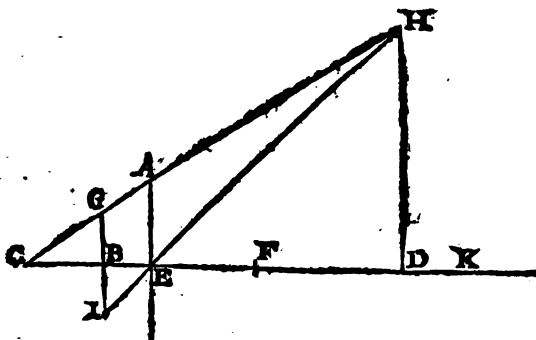
DEMONSTRATIO.

AB altero diametri termino nempe D, ad puncta I, G contingentium occursus ducantur rectæ DGL, DIK. Dico, quodd AE vel CE ordinatam ad diametrum bisecant in punctis LK.

Cùm enim intra easdem parallelas triangula AHE , LDE constituta sint, erit vt DE ad DB , ita HA ad HG ; vt autem HA ad HG , ita AE ad GI . & inuertendo vt HG ad HA , ita GI ad AE . vt autem HG ad HA , ita DB ad DE . & vt DB ad DE , ita GB ad LE . ab æquali erit vt GB ad LE , ita GI ad AE . sed GB semissis est GI . quare & LE semissis erit AE . ergo DGL , vel DIK bisecat AE , vel CE . Quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO XII.

THEOREMA LOCALE.



SIT data linea BK interminata, & ad ipsius terminum B perpendicularis utrinque ducatur GBI . fiântque æquales GB , BI . & ad aliud punctum E ducatur perpendicularis AE , quæ maior sit quàm BG . deinde per puncta GA du-

casur quantumlibet producta GAH ; & à puncto I ducatur per E recta
 E ij

IE quantumlibet producta donec occurrat GA producta, verbi gratia in H. denique à puncto occursus H ad productam quantumlibet BK ducatur perpendicularis HD, qua æquidistabit GB, AE. Dico quod punctum A pertinet ad circulum vel ellipsim, cuius diameter vel axis transversus est BD positione datus, & magnitudine determinatus à perpendiculari HD.

DEMONSTRATIO.

BISECTVR BD in F; & producantur HG, DB, quæ concurrant in C, & faciant triangulum rectangulum HGD. cum itaque sint æquales GB, BI, & æquidistant inter se GB, HD, erit vt DE ad DH, ita EB ad BI. & permutando, vt DE ad EB, ita HD ad GB. erit ergo ab æquali, vt DE ad EB, ita DC ad BC. & componendo, vt DB ad DE, ita DG, CB ad BC. iterumque permutando, vt DB ad DC, CB, ita BE ad BC. & antecedentium adsumptis semissibus, erit vt FB ad FC, ita BE ad BC. & permutando, vt FB ad BE, ita FC ad BC. & per conuersionem rationis, vt FB ad FE, ita FC ad FB. Quadratum ergo FB æquale est rectangulo CFE.

Quia ergo est vt CF ad FB, seu FD ad FE; erit componendo, vt CD ad FD, ita DE ad FE. & permutando vt CD ad DE, ita FD seu BF ad FE; & per conuersionem rationis, vt DE ad EC, ita EF ad EB. est igitur rectangulum DEB æquale rectangulo CEF. Quare si quadratum AE æquale est rectangulo CEF, erit A punctum in circumferentia circuli cuius semidiameter est BD. si verò quadratum AE maius fuerit rectangulo CEF vel BED, erit A punctum in ellipsi, cuius latus rectum erit ad transversum, vt rectangulum CEF ad quadratum AE. Si verò minus fuerit quadratum AE rectangulo CEF vel BED, erit in ellipsi, cuius latus rectum erit ad transversum, vt quadratum AE ad rectangulum CEF. per ea quæ demonstrata sunt prop. 38. lib. I. Conic. Apollonij. Quod erat demonstrandum.

FINIS.

EXERCITATIO III.

AD LECTOREM.

HANC de porismatibus scriptiunculam data mihi occasione composui, cum ante biennium vir illustrissimus ac amplissimus Dominus de Fermat in suprema Curia Tholosana Senator integerrimus & in iudiciis exercendis peritissimus, rerum Mathematicarum doctissimus, propositiones quasdam subtilissimas & porismata quæ tam theorematice quàm problematicè proponi possunt, ad amicos suos huc misisset. Ex Pappi unius monumentis & collectionibus Mathematicis porismatum naturam & usum discere possumus, cum ex veteribus qui hanc Geometriae partem attigerunt, præter ipsum nullus supersit. Illius tamen sententia legenti statim obuia non est; textusque corruptione, & applicationis porismatum defectu obscurior proculdubio euadit. Interea dum tanto viro sua edere libuerit, nostra, qualiacumque tandem sint, publici iuris facere placuit; ut alios ad eorundem inuestigationem impelleremus; ipsumque Amplissimum Dominum de Fermat, ad sua edenda, utinam & ad alia sublimis intellectus sui scriptura cum omnibus communicanda, excitaremus. Is enim est, quem omnes Europa Mathematici suspiciunt; quem à subtilissimis ætatis nostra Geometris Bonauentura Caualerio Bononia, & Euangelista Torricello Florentiæ summis laudibus in cælum ferri, eiusque inuenta mirabilia prædicari auribus meis audiui. quem etiam virum tam eximiis virtutibus clarum, multaque cruditione ornatum, ac in rebus Mathematicis oculatissimum toto pectore veneror ac colo.

E iij

TRACTATUS BREVIS DE PORISMATIBUS.



INTER antiquorum Geometrarum libros, qui ad locum resolutum pertinebant, recenset Pappus Porismatum opus ab Euclide tribus voluminibus elaboratum: hisque verbis commendat, *perutile ad resolutionem obscuriorum Problematum, ac eorum generum, quae non comprehendunt eam, quae multitudinem praebet, naturam.* Pappi Graeca verba à Commandino in Latinum sic versa sunt, quibus sanè magna obscuritas subest, ita ut eorum sensum penetrare obuium aut facile non sit. idque aut propter Graeci textus corruptionem & interpolationem, aut propter interpretis vitiosam versionem contigit. vix enim intelligi queunt ista genera, naturam non comprehendentia, quae praebet multitudinem: ac praeterea quaeri potest, cuiusnam rei multitudinem hîc indicare Pappus voluerit. Huius autem Graecus textus ab Illustriss. viro in bonae notae Manuscriptis membranis olim visus sic se habebat, περίματ' ἐπὶ πολλοῖς ἀθροίσμα, φιλοπεχρότατοι εἰς τὴν αἰάλυσιν τῶν ἐμβλειτέων προβλημάτων καὶ τῶν γενῶν ἀειλήτων τῇ φύσει παρεχόμενης πληθῶ. quae lectio differt ab ea, quam habuit Commandinus in Codice Manuscripto, quo ipse usus est. non obmissurus quippe erat versionem horum verborum, περίματ' ἐπὶ πολλοῖς ἀθροίσμα φιλοπεχρότατον, neque etiam legit in recto casu ἀειλήτων, sed ἀειλήτων in secundo seu genitiuo. attamen, si Manuscriptus liber, quo usus est, habuit ἀειλήτων, malè vertit, *quae haud comprehendunt*, debuit enim, *quae haud comprehenduntur*, scribere. In huius quoque definitionis membro altero, καὶ τῶν γενῶν ἀειλήτων τῇ φύσει παρεχόμενης πληθῶ, videtur desisse aliquid; cuius enim φύσιν hîc intelligat, quaeri potest; & videtur ad porismatum, quae hîc definiuntur, & quorum efficacia commendatur, naturam retulisse; quare legendus sic mihi videretur iste locus; περίματ' ἐπὶ πολλοῖς ἀθροίσμα φιλοπεχρότατοι εἰς τὴν αἰάλυσιν τῶν ἐμβλειτέων προβλημάτων, καὶ τῶν γενῶν ἀειλήτων τῇ φύσει αὐτῶν παρεχο-

EXERCITATIO III.

ῥῶν πλῆθος, quæ Latinè sic reddi queunt : *Porismata à multis sic intelliguntur, ut artificiosa collectio sit* (propositionum nempe) *ad analysim grauiorum seu difficiliorum problematum, & generum, incomprehensibilem multitudinem præbente ipsorum (porismatum) natura.* verùm neque adhuc clarus est horum verborum sensus. Vir eruditissimus huius loci sensum sic explicat, *Porismata conferre ad analysim obscuriorum problematum, & generum* (hoc est problematum generalium) ex dictis enim apparet porismatum propositiones esse generalissimas, deinde subiungit Pappus, *cum natura multitudinem, quæ vix potest animo comprehendì, subministret;* quibus verbis infinitas illas & miraculo proximas eiusdem problematis indicat solutiones. Meritò dubitare potest quiuis an τὸ γένος usurparit Pappus pro γεικοῦται; & an subaudienda sit vox αἰαλύσων, velitque dicere porismata ex natura sua multitudinem solutionum eiusdem problematis præbere.

Ex illis verbis corruptis proculdubio & obscuris naturam porismatum elicere non possumus. constat solummodo fuisse propositiones ad analysim perficiendam collectas & valde vtilis, obscuriorumque problematum resolutioni lucem maximam attulisse. Ideo verò ait vniuersalem habere porismata contemplationem, quòd eodem semper modo se habeant, & ad multa se extendant.

Pergit porro Pappus : *horum autem species omnes neque theorematum sunt, neque problematum, sed mediam quodammodo inter hæc formam ac naturam habent, ita ut eorum propositiones formari possint ut theorematum, vel ut problematum. quo factum est, ut ex multis Geometris alijs quidem ea genere esse theoremata, alij verò problemata opinati sunt, dum ad solam tantum propositionis formam respicerent.* Quibus docet inter quas propositiones referri possint Porismata, & inter theoremata ac problemata medium locum tenere dicit, quam verò ob rationem mediæ sint, tradit, quia formari possunt illæ ut theoremata, quæ in sola contemplatione rei ὅτι ἐστίν, vel τὸ διότι, aut proprii alicuius, quod ipsi inest, versatur. quia efferri quoque possunt ut problemata, in quibus aliquid effici aut reperiri imperatur; neutrius verò naturam induunt, nisi quantum ad enunciationis formam externam, quæ accidentaliter ipsis est. Quoniam verò theoria utpote natura simplicior, prior est effectione, theoremata etiam antecedent problemata; quæ verò

TRACTATUS BREVIS DE PORISMATIBUS.



INTER antiquorum Geometrârum libros, qui ad locum resolutum pertinebant, recenset Pappus Porismatum opus ab Euclide tribus voluminibus elaboratum: hisque verbis commendat, *perutile ad resolutionem obscuriorum Problematum, ac eorum generum, quæ non comprehendunt eam, quæ multitudinem præbet, naturam.* Pappi Græca verba à Commandino in Latinum sic versa sunt, quibus sanè magna obscuritas subest, ita ut eorum sensum penetrare obuium aut facile non sit. Idque aut propter Græci textus corruptionem & interpolationem, aut propter interpretis vitiosam versionem contigit. vix enim intelligi queunt ista genera, naturam non comprehendentia, quæ præbet multitudinem: ac præterea quæri potest, cuiusnam rei multitudinem hîc indicare Pappus voluerit. Huius autem Græcus textus ab Illustriss. viro in bonæ notæ Manuscriptis membranis olim visus sic se habebat, *πορίσματα ἐπὶ πολλοῖς ἀθροίσμασι, φιλοτεχνήσονται εἰς τὴν αἰάλυσιν τῶν ἐμβλεψέσθαι ἀποβλημάτων, καὶ τῶν γινώσκων ἀποβλημάτων τὴν φύσιν παρεχόμενης πληθύνει.* quæ lectio differt ab ea, quam habuit Commandinus in Codice Manuscripto, quo ipse usus est. non obmissurus quippe erat versionem horum verborum, *πορίσματα ἐπὶ πολλοῖς ἀθροίσμασι φιλοτεχνήσονται, neque etiam legit in recto casu ἀποβλημάτων, sed ἀποβλημάτων in secundo seu genitiuo. attamen, si Manuscriptus liber, quo usus est, habuit ἀποβλημάτων, malè vertit, quæ haud comprehendunt, debuit enim, quæ haud comprehenduntur, scribere.* In huius quoque definitionis membro altero, *καὶ τῶν γινώσκων ἀποβλημάτων τὴν φύσιν παρεχόμενης πληθύνει,* videtur desse aliquid; cuius enim φύσιν hîc intelligat, quæri potest; & videtur ad porisma, quæ hîc definiuntur, & quorum efficacia commendatur, naturam retulisse; quare legendus sic mihi videretur iste locus; *πορίσματα ἐπὶ πολλοῖς ἀθροίσμασι φιλοτεχνήσονται εἰς τὴν αἰάλυσιν τῶν ἐμβλεψέσθαι ἀποβλημάτων, καὶ τῶν γινώσκων ἀποβλημάτων τὴν φύσιν αὐτῶν παρεχο-*

EXERCITATIO III.

ἡ δὲ οὐκ ἀπὸ τοῦ, quæ Latinè sic reddi queunt : *Porismata à multis sic intelliguntur, ut artificiosa collectio sit* (propositionum nempe) *ad analysim graniorum seu difficiliorum problematum, & generum, incomprehensibilem multitudinem præbente ipsorum (porismatum) natura.* verùm neque adhuc clarus est horum verborum sensus. Vir eruditissimus huius loci sensum sic explicat, *Porismata conferre ad analysim obscuriorum problematum, & generum* (hoc est problematum generalium) ex dictis enim apparet porismatum propositiones esse generalissimas, deinde subiungit Pappus, *cum natura multitudinem, quæ vix potest animo comprehendere, subministret;* quibus verbis infinitas illas & miraculo proximæ eiusdem problematis indicat solutiones. Meritò dubitare potest quivis an τὸ γένος usurparit Pappus pro γεινομένη; & an subaudienda sit vox αἰαλώσεων, velitque dicere porismata ex natura sua multitudinem solutionum eiusdem problematis præbere.

Ex illis verbis corruptis proculdubio & obscuris naturam porismatum elicere non possumus. constat solummodo fuisse propositiones ad analysim perficiendam collectas & valde utiles, obscuriorumque problematum resolutioni lucem maximam attulisse. Ideo verò ait vniuersalem habere porismata contemplationem, quòd eodem semper modo se habeant, & ad multa se extendant.

Pergit porro Pappus: *horum autem species omnes neque theorematum sunt, neque problematum, sed mediam quodammodo inter hæc formam ac naturam habent, ita ut eorum propositiones formari possint ut theorematum, vel ut problematum. quo factum est, ut ex multis Geometris alij quidem ea genere esse theoremata, alij verò problemata opinati sunt, dum ad solam tantum propositionis formam respicerent.* Quibus docet inter quas propositiones referri possint Porismata, & inter theoremata ac problemata medium locum tenere dicit; quam verò ob rationem mediæ sint, tradit, quia formari possunt illæ ut theoremata, quæ in sola contemplatione rei ὅτι ἐστίν, vel τὴν διότι, aut proprii alicuius, quod ipsi inest, versatur. quia efferri quoque possunt ut problemata, in quibus aliquid effici aut reperiri imperatur; neutrius verò naturam induunt, nisi quantum ad enunciationis formam externam, quæ accidentaliter ipsis est. Quoniam verò theoria utpote natura simplicior, prior est effectione, theoremata etiam antecedent problemata; quæ verò

media sunt, succedent theorematibus, & priora problematibus erunt; atque adeo per ipsa, utpote media ad finem, à theorematibus ad problemata progrediemur. Quare & porismatum natura talis erit, ut à theoria ad effectiōnem tendat; & rationem modumque ostendat efficiendi id, quod theoremate demonstratur $\phi\pi\iota\eta$. Hæ itaque propositiones, dum considerantur ut media ad finem, pura theoremata non sunt, quoniam efficiendi modum exhibent; non sunt etiam pura problemata, quia nondum in ipsis efficitur propositum, sed solummodo ad illud alio in loco efficiendum afferuntur. Hæcque nostra explicatio Pappi verbis sequentibus accommodata videtur. arguit enim Geometras illos recentiores, qui porismata in theorematum aut problematum genus retulerunt, ostendique eos rem bene non cepisse. *Horum autem, inquit, trium differentiam veteres multò melius cognovisse ex definitionibus perspicuum est. Dixerunt enim theorema esse, quod proponitur in ipsius propositi demonstrationem. Problema, quod offertur in constructionem propositi. Porisma verò, quod proponitur in porismum, hoc est in inventionem & investigationem propositi. Ex qua porismatis definitione colligere possumus, veteres Geometras eo nomine propositiones aliquas connotasse, quatenus ad effectiōnem & inventionem dirigebantur, & rationem efficiendi problematis continebant, adeoque esse ut media ad finem. Quare tales etiam propositiones seorsum acceptæ, nec ad inventionem quasi, & effectiōnem problematis, cui inveniēdo inservire possunt, adhibita, porismata amplius non erunt, sed pura theoremata. Quod verò rationem cuiusdam effectiōnis contineant, in problemata conuertri poterunt, quibus aliquid efficitur. Quod effectum, si ad aliud, ut medium ad finem, applicabitur, problema sine ipso haud facile efficiendum absoluet; & porismata propositiones illæ tunc erunt & dicentur.*

Addit præterea Pappus: *Immutata est autem hac porismatis definitio à iunioribus, qui nequeunt omnia investigare, sed his elementis utuntur, & ostendunt solummodo: quòd hoc est quòd queritur, non autem illud ipsum investigant. cumque & ex definitione ipsa, & ex iis, quæ nobis tradita sunt, redarguerentur, ab accidente sic porisma definierunt: Porisma est, quod hypothesi deficit à totali theoremate. Hæc Pappus de porismatis definitione & natura. pauca equidem, intellectu difficilia, tenebrisque involuta; ex his verò postremis sensum elicere conabimur.*

Immu-

Immutatam à iunioribus porismatis definitionem queritur; & huius immutationis causam tradit; quòd scilicet omnia porismata inuestigare non possent, quæ adferri debent ad inuentionem propositi; quare ostendebant solummodo quod hoc est quod quæritur, nec illud inuestigabant, quam ob causam etiam effectiorem geometricam non adsequebantur. Cùm itaque non inuestigarent, quia id præstare non poterant, propositionum illarum naturam, quæ in porismum, seu propositi inuentionem afferuntur, non viderunt mediam esse inter theorematis ac problematis naturam, & connectere theoriam cum effectione; quia scilicet per id, quod illis propositionibus efficitur, problema propositum absoluitur; & illa verba, *sed his elementis utuntur*, sic intelligenda esse videntur, ut iuniores illi Euclidæis porismatibus, ut elementis vsi sint, non ut propositionibus, quæ ad effectiorem immediatè deducebant. Ignorarunt itaque naturam, quia nescierunt vsu & finem; illas itaque propositiones non censuerunt proponi in porismum, seu ad inuestigationem propositi. At cùm redarguerentur ab antiquorum Geometrarum sectatoribus & eruditis, qui propositiones illas medias esse ostendebant, quòd ad propositi inuentionem adferrentur, & effectiorem problematis perficerent, & ideo ab antiquis rectè esse definitas, aliam commenti sunt porismatis definitionem, & dixerunt *Porisma esse, quod hypothesis deficit à locali theoremate*, id est esse propositionem; in qua pauciora data supponerentur, quàm in locali theoremate. quod locale theorema est, ut mihi videtur, propositio in qua ostenditur aliquid in tali loco esse, & ad eum pertinere, ut punctum illud esse in linea, circulo, parabola, &c. Illam lineam pertinere ad circulum, parabolam, &c. Tota ergo quæstio versabatur inter iuniores & veterum assertores de modo definiendi porismatis: illas propositiones quin iuniores cognorint non est dubium, sed earum naturam malè explicarunt, cùm non animaduernerent quem ordinem ac locum in analysi ac synthesi tenerent, aliàsque proprietates à Pappo indicatas non cerperent.

Proclus in Euclidem lib. 3. porisma sic definiuit, τὸ δὲ πόρισμα λέγεται μὲν καὶ ἐπὶ προβλημάτων τιναδὲν, οἷον καὶ Εὐκλείδῃ γεγραμμένα. λέγεται δὲ ἰδίως ὅταν ἐκ τῆς ἀποδείξεως μόνον ἄλλο τι * συναφαιῇ θεωρημα μὴ προβλημάτων ἡμῶν. ὃ καὶ ἀπὸ τοῦ πόρισμα κεκληῖται ὡς ἐπὶ τῆς φανῆδος δὲ ἐπισημοῦς ἀποδείξεως. Porisma etiam de quibusdam proble-

Exercit.

F

matibus dicitur, qualia sunt ab Euclide conscripta porismata. propriè verò talia dicuntur quando ex demonstratis aliud quodlibet theorema nobis non proponens emergit & offertur; quod propterea porisma appellant, quasi lucrum ex scientifica demonstratione obiter & præter expectationem factum.

Longè differt hæc definitio ab ea quam attulit Pappus. notat enim Proclus porisma ab accidente, & ex eo dictum esse vult, quodd obiter & aliud agendo nouum theorema lucrifaciamus. At veteres ab ipsius ordine in analysi & synthesi & à fine ad quem dirigitur, ipsum definierunt. poterit tamen & descriptio Procli porismati conuenire, siquidem in analysi nouus locus aliquando patefit, & nouum theorema, ex quo immediatè problematis solutio petenda est, quo ignoto non inueniretur quæsitum.

Quamuis igitur à veterum definitione aliquomodo recodere videatur vir eruditissimus in his quæ dicie, *sed cum ex supposito loco & cognito alium locum veniamur, nouus iste locus porisma vocatur ab Euclide*, conciliari tamen poterit eius sensus, qui idem est ac Procli, cum veterum placitis; dummodo concedat locum illum secundum, quem veniamur, ideo secundum appellari, quodd in analysi peracta offeratur demonstrandus ac inueniendus, & ad inuestigationem propositi afferendus; tunc enim erit porisma, & propositio quæ aliquando deficiet hypothesi à locali theoremate; id est in qua non tot supponentur ac in analysi, quæ theorema est illius, quod synthesi demum problema efficitur.

Notandum quoque est Pappum non omnibus porismatibus, sed quibusdam tantum, accidens illud, per quod iuniores porisma vniuersaliter definierunt, tribuisse; quod apertè dicit his verbis, *huius autem generis porismatum (quæ deficiunt hypothesi à locali theoremate) loci ipsi sunt una species; atque de hac ipsa abundè tractatur in resoluto loco, seorsum autem à porismatibus collecta, inscriptaque ac tradita sunt, quod magis diffusa ac copiosa sit cæteris speciebus.* Quare iuxta Pappi sententiam in definiendo vniuersaliter porismate errauerunt adhuc iuniores, cum differentiam ex accidenti specifico ad totum genus definiendum adsumpserint. Sunt itaque porismata, quæ non deficiunt hypothesi à locali theoremate, at horum species ad pauciora se extendit. Vnum addo, periodi sequentis membrum primum corruptum videri, quod sic vertit Commandinus, *Locorum igitur species sunt decem.* habuit itaque textus Græcus τὸν τόπον οὗ ἀπὸ τοῦ ἑξῆς, sed quatuor

EXERCITATIO III.

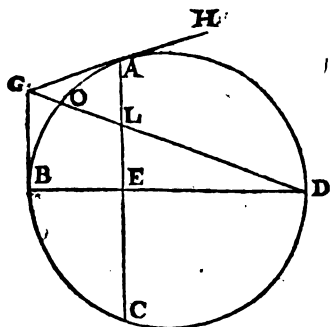
tantum enumerat, & sanè plures non sunt. scriptum olim proculdubio erat $\alpha\mu\phi\iota\sigma\omicron\lambda\iota\alpha$ nota numerali quæ quaternarium designat, quia δ quartum est in alphabeti serie. aliquando decem, quia litera initialis est $\tau\upsilon$ $\Delta\epsilon\chi\alpha$, vnde $\alpha\mu\phi\iota\sigma\omicron\lambda\iota\alpha$ nata est.

Exemplum itaque hîc proponemus, vt clarior explicatio superius posita fiat.

P R O B L E M A.

DATO circulo $ABCD$, in eoque positione datis diametro BD & subtensa OD , quæ diametro data terminum D attingat. oportet ad diametrum BD lineam subtensam ordinatam applicare, quæ à data subtensa OD ita secetur, vt rectangulum sub tota ordinata & minori ipsius segmento aequale sit quadrato dimidiæ.

A N A L Y S I S.



SIT factum. & ducta sit subtensa AC , ad diametrum BD ordinatim applicata, & à subtensa OD ita secta in L , vt rectangulum sub tota AC , & minori segmento AL æquale sit quadrato dimidiæ AE . est igitur rectangulum $CA \cdot AL$ æquale quadrato AE ; propterea talis erit proportio, vt CA ad AE , ita AE ad AL . sed AE subdupla est totius CA .

AL , ergo & AL subdupla erit eiusdem AE , & subquadrupla totius CA . Huc vsque, non vltra, procedit analysi, cum proportio, quam tenent inter se CA , AE , AL , inuenta sit.

S Y N T H E S I S.

Componetur itaque, si ita applicetur AC subtensa ad BD diametrum, vt AL sit semissis AE vel quadrans totius AC . ex alio itaque problemate prius efficiendo dependet solutio problematis propositi. in huius itaque porismum, id est ad acquisitionem seu effectiorem propositi problema aliud, nempe sequens proponi debet, quod erit

P O R I S M A.

DATO circulo $ABCD$, in eoque positione datis diametro BD , & subtensa OD , quæ ad diametri terminum D pertingat, oportet ad BD applicare rectam AE , quæ à subtensa OD bisecetur in L .

Hæc autem propositio talis est, vt enunciari velut theorema possit, quod tale erit

THEOREMA LOCALE.

SI in circulo $ABCD$ quævis ducatur diameter BD , & ad ipsam ordinata AE ; per B verò terminum diametri tangens BG , & per A terminum ordinata AE ducatur tangens AG , quæ tangenti BG occurrat in G . & à puncto D termino diametri ad G punctum occursum tangentium ducatur $DLOG$, hæc bifecabit AE in puncto L . ut supra demonstratum est Exercitationis 2. prop. 11. Theorema locale est, quo punctum bisectionis AE ostenditur in subtensa ducta à G occursum tangentium ad D diametri BD terminum. resolvatur itaque porisma, quatenus problematicè propositum est.

PORISMATIS, VT PROBLEMATIS
ANALYSIS.

SIT factum; & ducta AE ordinata ad BD , quæ à subtensa DO bisecta sit in L . producta ergo DO , & ad punctum B terminum diametri ducta tangente BG , quæ in puncto G occurrat productæ DO . si à puncto G occursum rectarum DG , BG ducatur GA tangens circulum, occurreret ipsa rectæ AE in puncto contactus A ; quod in superioribus demonstratum est.

SYNTHESIS.

Componetur itaque hoc modo. producat DO & ad punctum B ducatur tangens BG , quæ occurrat DO productæ in G , & à puncto G ducatur GH , quæ circulum contingat in A . tandem à puncto A ducatur subtensa AE ad diametrum BD ordinata & æquidistans BG . per ea, quæ superius demonstrata sunt, erit effectum problema, eritque AE bisecta in L à subtensa BO . Effectum igitur hoc secundum problema, necessariò afferendum erat in porisma, id est ad acquirendum & efficiendum illud quod primo loco propositum erat, quodque effici nequibat nisi hoc alterum prius effectum fuisset. ex quibus manifesta sit natura porismatis, quæ talis est ut medium necessarium sit ad finem. Cuius etiam hoc proprium est, ut in forma theorematum, aut in forma problematis enunciari possit.

Hoc nostrum etiam porisma hypothese deficit à locali theoremate prædicto, in quo plura supponuntur quàm in porismate. Ad huius itaque exemplum plurima inquiri poterunt porismata, quæ reperta vel Euclidis opus restituent, vel cum Euclidæis porismatibus eadem erunt.

FINIS.